

文章编号 1004-924X(2009)12-2975-08

平面对称光学系统像差理论的扩展

吕丽军, 石 亮

(上海大学 精密机械系, 上海 200072)

摘要:将平面对称光栅系统的波像差理论扩展于平面对称折射光学系统,指出在光学系统像差问题上,反射光学系统可以看成是折射光学系统在物像空间折射率相同情况下的特例。首先,把波像差表达式扩展于光线斜入射下平面对称折射光学系统;然后,根据折射光学系统的要求,对光栅像差的推导过程进行相应的修正,最终,导出了任意方位像平面上的像差。结果表明,导出的像差表达式同时适用于反射、衍射、折射 3 种光学系统的像差计算。与光线追迹解析法导出的像差系数进行了解析比较,并分别应用提出的像差表达式和光线追迹程序 Zemax 对一透镜光学系统在斜入射角为 50° 下的光束进行成像数值模拟,两种方法都验证了提出理论的正确性。

关键词:波像差;平面对称光学系统;透镜;光学设计

中图分类号:O435.2;TH703 **文献标识码:**A

Generalization of aberration theory of plane-symmetric optical systems

LÜ Li-jun, SHI Liang

(Department of Precision Mechanical Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

Abstract: The aberration theory of plane-symmetric grating systems is extended to the plane-symmetric refractive optical systems in this paper. It is pointed out that, as far as the optical aberration is concerned, the reflective optical system can be regarded as a special case of refractive one when the refractive indexes of an object and an image spaces are identical. Firstly, the wave aberrations are generalized to the refractive plane-symmetric systems. Then according to the requirements of refractive system, the aberration is modified to derive the aberration formulae of an arbitrarily image plane. Analysis results show that the aberration formulae can be used to express a set of formulae for reflective, diffractive and refractive optical systems. The aberration coefficients are proved to be identical to those derived from the analytical formulae of the ray-tracing spot diagram. Moreover, the improved formulae and Zemax ray-tracing calculations are used to image numerically for a lens system with a light beam at an oblique angle of 50° , and both the results validate the proposed aberration theory.

Key words: wave aberration; plane-symmetric optical system; lens; optical design

收稿日期:2008-12-15;修订日期:2009-02-23.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 10775095);上海市教委创新基金资助项目(No. 08YZ14)

1 引言

近一个世纪以来,非轴对称光学系统的设计是一个重要的研究课题^[1-2],其中以平面对称光学系统的研究和应用最为引人关注,已被广泛应用于真空紫外和 X-射线光学系统^[3-11]。以往人们在设计平面对称光学系统时,一般都是应用 Namio-ka 由光程函数发展的像差理论^[4],但它的像差表达式仅仅在光线的衍射角等于 0,且像平面位于系统子午、弧矢的重合焦面上才是精确的。最近, Lu 基于波像差的方法,针对平面对称光学系统在子午和弧矢平面内焦点可能完全分离的特点,把参考波阵面定义为超环面;并根据光线几何,通过多项式拟合法求出光线在光学元件表面和入射及像差波阵面之间的映射关系,导出精确的平面对称光栅系统的波像差公式,由波像差求得光学系统的像差表达式^[11]。它的一套波像差系数是光线追迹解析法所没有的,可应用于光学系统的设计和优化,像差表达式也比光线追迹解析法简洁得多。

本文将 Lu 的光栅系统波像差理论^[11]扩展于光线斜入射下的平面对称折射光学系统,导出了适用于平面对称折射、反射及衍射光栅光学系统的波像差和光线像差系数,并分别应用像差表达式和光线追迹程序 Zemax 对一透镜系统进行了成像计算。

2 像差理论的扩展

2.1 波像差系数

图 1 为平面对称光学系统的成像示意图,其中图(a)、(b)分别表示反射和折射光学系统。

O 是光学元件的顶点, $\chi\eta z'$ 是其顶点坐标系; xyz 表示光线孔径大小的坐标系,其原点在 \bar{P} 处。 O_0O_1 位于对称平面 $\chi O z'$ 内,它是系统的基光线; $S_0\bar{P}S_1$ 是点光源 S_0 发出的主光线; u, u' 分别表示物方和像方的视场角。

反射和折射系统具有相似的光线几何,只是像方空间的折射率、衍射角和折射角的规定不同。假定物方和像方空间的折射率分别为 n_0 和 n_1 , α, β 表示基光线的入射、衍射或折射角,它们是参照 z' 轴定义的;从 z' 轴按逆时针转到该光线所成的

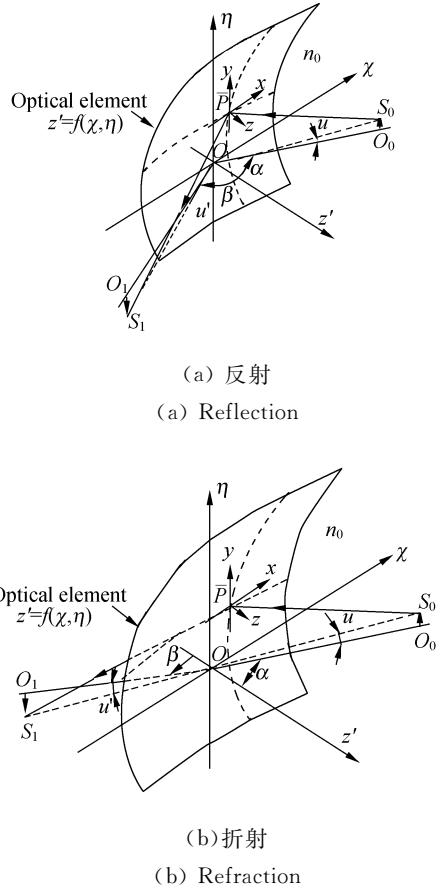


图 1 平面对称光学系统光线示意图
Fig. 1 Optical scheme of plane-symmetric optical system

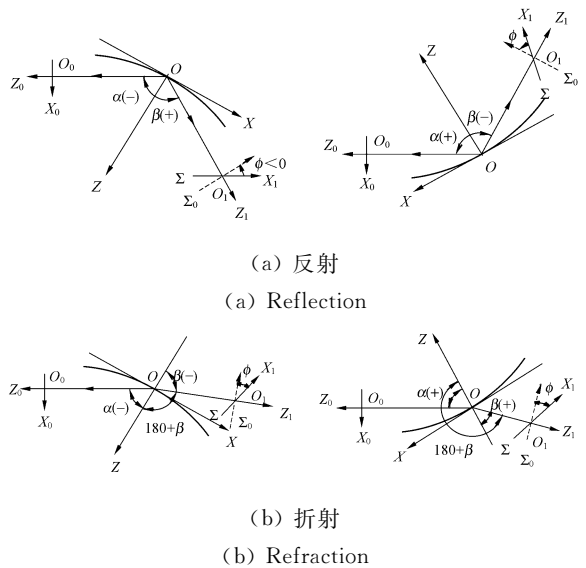


图 2 物平面和像平面的坐标系和角度
Fig. 2 Coordinate systems on object and image planes, and angles of incidence, reflection and refraction

角度规定为正,反之为负,如图 2 所示。在本文结果表达式中,只要令 $n_1 = n_0$,就是衍射(或反射)系统的像差公式。对于折射光学系统,只要将公式中的 β 用 $180^\circ + \beta$ 替换即可。 Σ 和 Σ_0 是两个像平面, Σ_0 垂直于 OO_1 ,与 O 点相距 r_0' , Σ 和 Σ_0 成 ϕ 角,如果从 Σ_0 转到 Σ 是逆时针方向, ϕ 为正,否则为负,且 $|\phi| < \pi/2$ 。

平面对称的面形方程一般可以用如下方程表示:

$$z = c_{2,0}x^2 + c_{0,2}y^2 + c_{3,0}x^3 + c_{1,2}xy^2 + c_{4,0}x^4 + c_{0,4}y^4 + c_{2,2}x^2y^2, \quad (1)$$

式中 $c_{i,j}$ 是光学元件表面的面形系数。超环面、椭圆面、抛物面等面形的 $c_{i,j}$ 由文献[2]给出。

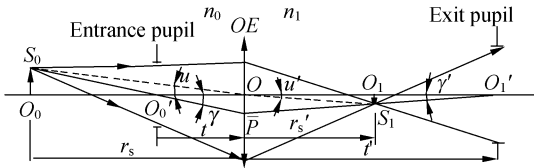


图 3 主光线和孔径光线在弧矢平面内的示意图
Fig. 3 Optical scheme of a plane-symmetric optical system on sagittal plane, principal and aperture ray

图 3 是主光线和孔径光线在弧矢平面内的光线示意图, O_0' 和 O_1' 分别是入、出射光瞳的中心,在关于折射光学的参考文献和书籍中,一般用 γ, t 表示物方视场角和入瞳位置。对于平面对称光学系统,用 u 表示物方视场角更方便,并且定义一个非物理参量 l 来表示入瞳的位置:

$$OP = \gamma t = ul, \quad (2)$$

对于光线斜入射下的平面对称光学系统,其主光线与光学元件表面的交点 \bar{P} 不在 η 轴上,其位置坐标为:

$$\bar{x} = u^2 l^2 c_{0,2} \tan \alpha \equiv x_c u^2, \bar{y} = ul, \bar{z} = u^2 l^2 c_{0,2}, \quad (3)$$

由图 3, γ, t 和 u, l (带撇表示对应的像方空间参量)之间的关系:

$$W_{ijk} = n_0 M_{ijk}(\alpha, r_m, r_s, l) + n_1 (-n_{0/1})^k M_{ijk}(\beta, r_m', r_s', l') + \Delta N_{ijk} \equiv n_1 w_{ijk}, \quad (11)$$

$$w_{ijk} = n_{0/1} M_{ijk}(\alpha, r_m, r_s, l) + (-n_{0/1})^k M_{ijk}(\beta, r_m', r_s', l') + \frac{\Delta N_{ijk}}{n_1},$$

$\Delta = (m\lambda/\sigma)\Gamma$, N_{ijk} 是关于光栅的参数,由文献[11]中的表 1 列出。

在波像差的推导过程中,子午和弧矢焦距是

$$\gamma = \left(\frac{l}{r_s} - 1\right)u \equiv -\Delta_l u, l = \frac{r_s t}{t - r_s}, \quad (4)$$

$$\gamma' = \left(\frac{l'}{r_s'} - 1\right)u' = \frac{n_0}{n_1} \left(1 - \frac{l'}{r_s'}\right)u = n_{0/1} \Delta_l' u, l' = \frac{r_s' t'}{t' - r_s'}, \quad (5)$$

导出平面对称光栅系统的波像差可以表示成物方和像方空间光束的波像差之和^[7,11]:

$$W = W_{obj} + W_{ima} + nm\lambda, \quad (6)$$

最后一项 $nm\lambda$ 是光栅刻槽引起的附加光程差。全息和机械刻划光栅的刻槽函数可表示为:^[5]

$$n = \frac{\chi}{\sigma} + \frac{\Gamma}{\sigma} \left(\frac{n_{20}}{2} \chi^2 + \frac{n_{02}}{2} \eta^2 + \frac{n_{30}}{2} \chi^3 + \frac{n_{12}}{2} \chi \eta^2 + \frac{n_{40}}{8} \chi^4 + \frac{n_{22}}{4} \chi^2 \eta^2 + \frac{n_{04}}{8} \eta^4 + \dots \right), \quad (7)$$

其中 σ 为有效光栅常数, Γ, n_{ij} 由参考文献[5]中的方程(20)–(22)给出。把 W_{obj} 和 W_{ima} 展成 x, y, u 的四阶级数^[4-5]:

$$W_{obj} = \sum_{ijk} M_{ijk} x^i y^j u^k, W_{ima} = \sum_{ijk} M_{ijk} x^i y^j u'^k, \quad (i + j + k \leq 4), \quad (8)$$

其中 $M_{ijk} = M_{ijk}(\alpha, r_m, r, l)$ 是物方波像差系数 ($M_{ijk}(\alpha, r_m, r_s, l)$ 引自文献[11]的附录 A,但所有项都需改变符号,且表达式中 $x_c = 0$;然后, M_{202} 项还需加上 $2c_{0,2} l^2 \cos \alpha / 2r_m^2$)。像方的波像差系数只要对 $M_{ijk}(\alpha, r_m, r, l)$ 中的参量作相应的替换就可以得到 $M_{ijk}' = M_{ijk}(\beta, r_m', r_s', l')$ 。 r_m, r_s 和 r_m', r_s' 分别表示物方和像方的子午和弧矢焦距。

对于折射光学系统,波像差需要考虑物方和像方空间的折射率,因此:

$$W = n_0 W_{obj} + n_1 W_{ima} + nm\lambda, \quad (9)$$

将 $u' = -(n_0/n_1)u \equiv n_{0/1}u$ 代入上式,得到:

$$W = \sum_{ijk} W_{ijk} x^i y^j u^k, (i + j + k \leq 4), \quad (10)$$

其中:

关于光学元件顶点 O 定义的,参考波阵面采用超环面,其顶点却在主光线和光学元件表面的交点 \bar{P} 处,其位置由方程(3)给出;在推导波像差系数

中,子午、弧矢焦距近似成参考波阵面曲率半径。因此,只有当 $l=0$ 时, \bar{P} 和 O 才重合,此时的波像差系数没有误差。当 $l \neq 0$ 时,其波像差和像差系数 w_{ijk}^* 、 d_{ijk}^* 、 h_{ijk}^* 由以下方程进行修正:

$$\sum_{ijk}^4 W_{ijk}^* x^i y^j u^k = \sum_{ijk}^4 W_{ijk}^0 (x + x_c u^2)^i (y + ul)^j u^k, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \sum_{ijk}^4 d_{ijk}^* x^i y^j u^k &= \sum_{ijk}^4 d_{ijk}^0 (x + x_c u^2)^i (y + ul)^j u^k, \\ \sum_{ijk}^4 h_{ijk}^* x^i y^j u^k &= \sum_{ijk}^4 h_{ijk}^0 (x + x_c u^2)^i (y + ul)^j u^k, \end{aligned} \quad (13)$$

其中 W_{ijk}^0 、 d_{ijk}^0 、 h_{ijk}^0 表示 $l=0$ 时的波像差和像差系数。

根据(12),需要修正的四项波像差系数:

$$\Delta w_{102} = \frac{x_c \cos \beta \sin(\alpha - \beta)}{r_m' \sin \alpha} - 2x_c c_{2,0} (n_{0/1} \cos \alpha + \cos \beta), \quad (14)$$

$$\Delta w_{202} = -\frac{x_c \sin \beta \sin(\alpha - \beta)}{r_m' \sin \alpha} \left(c_{2,0} - \frac{3 \cos \beta}{2 r_m'} \right) - x_c c_{2,0} \left(\frac{n_{0/1} \sin 2\alpha}{r_m} + \frac{\sin 2\beta}{r_m'} \right) - 3x_c c_{3,0} (n_{0/1} \cos \alpha + \cos \beta), \quad (15)$$

$$\Delta w_{022} = \frac{x_c}{\sin \alpha} \left[-\frac{c_{0,2} \sin \beta \sin(\alpha - \beta)}{r_m'} + \frac{1}{2} \left(\frac{n_{0/1}}{r_s^2} + \frac{\cos(\alpha - \beta)}{r_s'^2} \right) \right] - x_c c_{1,2} (n_{0/1} \cos \alpha + \cos \beta), \quad (16)$$

$$\Delta w_{013} = \frac{x_c}{\sin \alpha} \left[-\frac{2c_{0,2} l \sin \beta \sin(\alpha - \beta)}{r_m'} - n_{0/1} \left(\frac{\Delta_l}{r_s} - \frac{\Delta_l' \cos(\alpha - \beta)}{r_s'} \right) \right] - 2x_c c_{1,2} l (n_{0/1} \cos \alpha + \cos \beta), \quad (17)$$

传统轴对称光学系统的像差是基于高斯光学定义的。为定义平面对称光学系统的像差,类似要求其一、二阶波像差系数为 0。首先,由 $W_{100} = 0$,得到光栅方程或折射系统的 Snell 定律(对于折射系统 $m=0$ 或 $\Lambda=0$):

$$n_0 \sin \alpha + n_1 \sin \beta = m\lambda/\sigma, \quad (18)$$

它定义了基光线的方向。第二,由 $W_{011} = 0$ 导出:

$$n_0 l \left(2c_{0,2} \cos \alpha - \frac{1}{r_s} \right) - n_0 l' \left(2c_{0,2} \cos \beta - \frac{1}{r_s'} \right) = n_{02} \Delta l, \quad (19)$$

式(18)-(19)定义了主光线的方向。第三,由 $W_{200} = 0$ 和 $W_{020} = 0$,得到:

$$2c_{2,0} (n_0 \cos \alpha + n_1 \cos \beta) - \left(\frac{n_0 \cos^2 \alpha}{r_m} + \frac{n_1 \cos^2 \beta}{r_m'} \right) = n_{20} \Delta, \quad (20)$$

$$2c_{0,2} (n_0 \cos \alpha + n_1 \cos \beta) - \left(\frac{n_0}{r_s} + \frac{n_1}{r_s'} \right) = n_{02} \Delta, \quad (21)$$

式(20)-(21)分别定义了子午和弧矢方向的焦平面位置。从式(19)和(21)直接导出 $l' = -(n_1/$

$$n_0)l = -n_{1/0}l。$$

在满足式(18)-(21)条件下,光学系统的四阶波像差:

$$W = n_1 (w_{300} x^3 + w_{120} xy^2 + w_{400} x^4 + w_{220} x^2 y^2 + w_{040} y^4 + w_{102} x u^2 + w_{013} y u^3 + w_{202} x^2 u^2 + w_{022} y^2 u^2 + w_{111} x y u + w_{031} y^3 u + w_{211} x^2 y u). \quad (22)$$

2.2 光线像差系数

文献[11]描述了如何利用波像差求光栅系统像面上的光线像差。对于折射光学系统,其过程相同,但在子午和弧矢平面内求光线偏离参考波阵面法线的偏向角时,同样需要考虑像方空间折射率:

$$\theta_x' = \frac{1}{n_1} \frac{dW}{dx_1}, \quad \theta_y' = \frac{1}{n_1} \frac{dW}{dy_1}, \quad (23)$$

上式中 x_1' 、 y_1' 是光线在像差波阵面上的坐标。第二,应用 $\gamma' = n_{0/1} \Delta_l' u$ 代替文献[11]方程(51)中的 $\Delta_l' u$,这是由于主光线的折射引起的修正。第三,文献[11]中的光线像差是定义在像面 Σ_0 上的(如图 3),为了计算像面 Σ 上的光线像差,其方程(55)应修正为:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{r_0' (x_P - x_0') + z_P x_0' - z_0' x_P}{(z_P - z_0') \cos \phi + (x_P - x_0') \sin \phi} + \frac{x_c \sin(\alpha - \beta) u^2}{\sin \alpha \cos \phi} \\ y_1 = \frac{r_0' (y_P - y_0')}{z_P - z_0'} + \frac{z_P y_0' - z_0' y_P}{z_P - z_0'} + ul - \frac{x_1 (y_P - y_0') \sin \phi}{z_P - z_0'} \end{cases}, \quad (24)$$

最后, 导出在像面 Σ 上的几何像差为:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{\cos \phi} (d_{100}x + d_{200}x^2 + d_{020}y^2 + d_{300}x^3 + d_{120}xy^2 + d_{002}u^2 + d_{011}yu + d_{111}xyu + d_{102}xu^2) \\ y_1 = h_{010}y + h_{110}xy + h_{210}x^2y + h_{030}y^3 + h_{003}u^3 + h_{001}u + h_{101}xu + h_{201}x^2u + h_{021}y^2u + h_{012}yu^2 \end{cases}, \quad (25)$$

像差系数 d_{ijk} 和 h_{ijk} :

$$d_{100} = \Lambda_m \cos \beta, \quad (26)$$

$$d_{200} = \frac{3r_0' \omega_{300}}{\cos \beta} + \Lambda_m \sin \beta \left(\frac{\cos \beta}{r_m'} - c_{2,0} \right) + \frac{\Lambda_m \cos^2 \beta}{r_m'} \tan \phi, \quad (27)$$

$$d_{300} = \frac{4r_0' \omega_{400}}{\cos \beta} - 3 \tan \beta \left(1 + \frac{r_0'}{r_m'} - \frac{2r_0' c_{2,0}}{\cos \beta} \right) \omega_{300} + 3(1 - 2\Lambda_m) \omega_{300} \tan \phi + \Lambda_m \left(\frac{\cos(2\beta)c_{2,0}}{r_m'} + \frac{\cos \beta \sin^2 \beta}{r_m'^2} - \sin \beta c_{3,0} \right) + \frac{\Lambda_m \cos^2 \beta}{r_m'} \left(\frac{2 \sin \beta + \cos \beta \tan \phi}{r_m'} - 2 \tan \beta c_{2,0} \right) \tan \phi, \quad (28)$$

$$d_{020} = \frac{r_0' \omega_{120}}{\cos \beta} - \Lambda_m \sin \beta c_{0,2}, \quad (29)$$

$$d_{120} = \frac{2r_0' \omega_{220}}{\cos \beta} - \tan \beta \left(1 + \frac{r_0'}{r_m'} + \frac{2r_0'}{r_s'} - \frac{2r_0' c_{2,0}}{\cos \beta} \right) \omega_{120} + (1 - 2\Lambda_m) \omega_{120} \tan \phi + \Lambda_m \left(\frac{\cos(2\beta)c_{0,2}}{r_m'} - \sin \beta c_{1,2} \right) - \frac{\Lambda_m \sin(2\beta)c_{0,2}}{r_m'} \tan \phi, \quad (30)$$

$$d_{011} = \frac{r_0' \omega_{111}}{\cos \beta} - 2\Lambda_m \sin \beta c_{0,2} l, \quad (31)$$

$$d_{002} = \frac{r_0' \omega_{102}^*}{\cos \beta}, \quad (32)$$

$$d_{111} = \frac{2r_0' \omega_{211}}{\cos \beta} - \tan \beta \left(1 + \frac{r_0'}{r_m'} + \frac{r_0'}{r_s'} - \frac{2r_0' c_{2,0}}{\cos \beta} \right) \omega_{111} - 2\Lambda_n \tan \beta r_0' \omega_{120} + (1 - 2\Lambda_m) \omega_{111} \tan \phi + 2\Lambda_m l \left(\frac{\cos(2\beta)c_{0,2}}{r_m'} - \sin \beta c_{1,2} \right) - \frac{2\Lambda_m \sin(2\beta)c_{0,2} l}{r_m'} \tan \phi, \quad (33)$$

$$d_{102} = \frac{2r_0' \omega_{202}^*}{\cos \beta} - \tan \beta \left(1 + \frac{r_0'}{r_m'} - \frac{2r_0' c_{2,0}}{\cos \beta} \right) \omega_{102}^* - \Lambda_n \tan \beta r_0' \omega_{111} + (1 - 2\Lambda_m) \omega_{102}^* \tan \phi + \Lambda_m l^2 \left(\frac{c_{0,2}}{r_m'} - \sin \beta c_{1,2} \right), \quad (34)$$

$$h_{010} = \Lambda_s, \quad (35)$$

$$h_{110} = 2r_0' \omega_{120} + \frac{\Lambda_s \sin \beta}{r_s'} + \frac{\Lambda_m \cos \beta}{r_s'} \tan \phi, \quad (36)$$

$$h_{210} = 2r_0' \omega_{220} - 2 \sin \beta \omega_{120} + 6 \tan \beta r_0' c_{0,2} \omega_{300} + \frac{3r_0' \omega_{300}}{\cos \beta r_s'} \tan \phi - 2\Lambda_m \cos \beta \omega_{120} \tan \phi + \frac{\Lambda_s}{r_s'} \left(\cos \beta c_{2,0} + \frac{\sin^2 \beta}{r_s'} \right) + \frac{(\Lambda_m - \Lambda_s) \cos^2 \beta}{2r_m' r_s'} + \frac{\Lambda_m \cos \beta}{r_s'} \left(\frac{\sin \beta + \cos \beta \tan \phi}{r_m'} + \frac{\sin \beta}{r_s'} - \tan \beta c_{2,0} \right) \tan \phi, \quad (37)$$

$$h_{001} = l - \Lambda_n r_0', \quad (38)$$

$$h_{101} = r_0' \omega_{111} + \Lambda_s \Lambda_n \sin \beta + \Lambda_m \Lambda_n \cos \beta \tan \phi, \quad (39)$$

$$h_{201} = r_0' \omega_{211} - \sin \beta \omega_{111} + 6 \tan \beta r_0' c_{0,2} l \omega_{300} + \frac{3\Lambda_n r_0' \omega_{300}}{\cos \beta} \tan \phi - \Lambda_m \cos \beta \omega_{111} \tan \phi + \Lambda_s \Lambda_n \left(\cos \beta c_{2,0} + \frac{\sin^2 \beta}{r_s'} \right) + \frac{(\Lambda_m - \Lambda_s) \Lambda_n \cos^2 \beta}{2r_m' r_s'} + \Lambda_m \Lambda_n \cos \beta \left(\frac{\sin \beta + \cos \beta \tan \phi}{r_m'} + \frac{\sin \beta}{r_s'} - \tan \beta c_{2,0} \right) \tan \phi, \quad (40)$$

$$h_{012} = 2r_0' \omega_{022}^* + 2 \tan \beta r_0' c_{0,2} (l \omega_{111} + \omega_{102}^*) + \frac{r_0'}{\cos \beta} \left(\Lambda_n \omega_{111} + \frac{\omega_{102}^*}{r_s'} \right) \tan \phi + 2\Lambda_n c_{0,2} l (\Lambda_s \cos \beta - \Lambda_m \sin \beta \tan \phi), \quad (41)$$

$$h_{021} = 3r_0' \omega_{031} + 2 \tan \beta r_0' c_{0,2} (l \omega_{120} + \omega_{111}) + \frac{r_0'}{\cos \beta} \left(\Lambda_n \omega_{120} + \frac{\omega_{111}}{r_s} \right) \tan \phi + c_{0,2} \left(\Lambda_n + \frac{2l}{r_s} \right) (\Lambda_s \cos \beta - \Lambda_m \sin \beta \tan \phi), \quad (42)$$

$$h_{030} = 4r_0' \omega_{040} + 2 \tan \beta r_0' c_{0,2} \omega_{120} + \frac{r_0' \omega_{120}}{\cos \beta r_s} \tan \phi + \frac{c_{0,2}}{r_s} (\Lambda_s \cos \beta - \Lambda_m \sin \beta \tan \phi), \quad (43)$$

$$h_{003} = r_0' \omega_{013}^* + 2 \tan \beta r_0' c_{0,2} l \omega_{102}^* + \frac{\Lambda_n r_0' \omega_{102}^*}{\cos \beta} \tan \phi. \quad (44)$$

以上式中 $\Lambda_m = (r_m' - r_0')/r_m'$, $\Lambda_s = (r_s' - r_0')/r_s'$, $\Lambda_n = n_{0/1} \Delta_i' = n_{0/1} + l/r_s'$, ω_{102}^* , ω_{202}^* , ω_{022}^* , ω_{013}^* 是指经式(14)~(17)修正后的波像差系数。

像差系数 d_{ijk} 和 h_{ijk} 由两部分组成, 它们分别与波像差和离焦(包含离焦量 Λ_m 、 Λ_s 部分)相关。另外, 除了式(14)~(17)表示的波像差修正外, 由于 \bar{P} 偏离 O 还导致了离焦部分的像差修正, 根据式(13)得到:

$$\delta d_{002} = \frac{x_c \Lambda_m \sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha}, \quad (45)$$

$$\delta d_{102} = \frac{2x_c \Lambda_m \sin(\alpha - \beta) (\sin \beta + \cos \beta \tan \phi)}{r_m' \sin \alpha} - 2x_c \Lambda_m c_{2,0} \sin \beta, \quad (46)$$

$$\delta h_{012} = \frac{x_c}{r_s' \sin \alpha} (\Lambda_s \cos(\alpha - \beta) + \Lambda_m \sin(\alpha - \beta) \tan \phi), \quad (47)$$

$$\delta h_{003} = \frac{x_c \Lambda_n}{\sin \alpha} (\Lambda_s \cos(\alpha - \beta) + \Lambda_m \sin(\alpha - \beta) \tan \phi). \quad (48)$$

经过和光线追迹解析法^[6]比较, 证实了以上导出的波像差和像差系数表达式的正确性。在通常的视场角和孔径角情况下, 上述由于 \bar{P} 偏离 O 引起对波前差和像差系数的修正量很小, 不改变像的形状和整体分布范围, 可以忽略。

2.3 多元件光学系统的波像差

对于 g 个光学成像面的光学系统, 系统总的波像差是各成像面的波像差之和^[4]。在孔径光线线性近似条件下:

$$W = \sum_{ijk} W_{ijk}^T x_g^i y_g^j u_g^k, \quad (49)$$

$$W_{ijk}^T = \sum_{n=1}^{g-1} W_{ijk(n)} n_{g-1/n-1}^k A_{n|g}^i B_{n|g}^{j-k} + W_{ijk(g)},$$

上式中, $W_{ijk(n)}$ 、 W_{ijk}^T 是第 n 个成像面和系统总的波像差系数。系数 $A_{n|g}$ 、 $B_{n|g}$ 由下式给出:

$$\begin{cases} A_{n|g} = \frac{r'_{m(n)} r'_{m(n+1)} \cdots r'_{m(g-1)} \cos \alpha_{n+1} \cos \alpha_{n+2} \cdots \cos \alpha_g}{r_{m(n+1)} r_{m(n+2)} \cdots r_{m(g)} \cos \beta_n \cos \beta_{n+1} \cdots \cos \beta_{g-1}} \\ B_{n|g} = \frac{r'_{s(n)} r'_{s(n+1)} \cdots r'_{s(g-1)}}{r_{s(n+1)} r_{s(n+2)} \cdots r_{s(g)}} \end{cases} \quad (50)$$

在计算像差系数的公式中, ω_{ijk} 用 $\omega_{ijk}^T = W_{ijk}^T/n_g$ 代替, 其它相关的光学系统参数是指最后一个成像面的参数。

和常规透镜光学系统类似, 为了计算光学系统的像差, 我们需要追迹两条光学, 一条是对称平面上物点的孔径光线, 另一条是对称平面外物点的主光线(即场光线); 追迹第二条光线就需要计算各光学面的 l 的值(即光瞳位置)。它可以由如下递归公式计算:

$$l_{n+1} = \frac{n_{|n-1}}{B_{n|n+1}^2} l_n + \frac{d_n}{V_{n|n+1}}, \quad (51)$$

上式中的 d_n 表示第 n 到 $n+1$ 光学元件面之间的距离。

3 数值验证

提出的像差理论已在平面对称反射镜和光栅光学系统经过多次数值计算验证。本文把该像差理论扩展于折射光学系统, 对如图 4 所示的光线斜入射下的单透镜光学系统, 分别应用上述像差表达式和 Zemax 光线追迹软件进行了数值成像计算。透镜的材料采用 BK7, 其折射率 $n_1 = 1.5168$, 物、像空间的折射率 $n_0 = n_2 = 1.0$ 。应用点光源 S , 其发出的光束在透镜第一面上的投影半高宽分别为 $X = 6.05 \text{ mm}$, $Y = 3.89 \text{ mm}$ 。 SP_1P_2S' 是系统的主光线, 其他的光学几何参数参见表 1。

表 1 透镜参数(长度单位: mm)

Tab. 1 Parameters of the lens (length: mm)

R_1	R_2	α_1	r_1	r_2	d
-100	300	50°	100	43.8	3.37

应用折射定律, 由 α_1 、 α_2 可计算 β_1 、 β_2 , P_2 处的法线与光轴的夹角 $\delta = d \tan \beta_1 / R_2 = 0.35^\circ$, $\alpha_2 =$

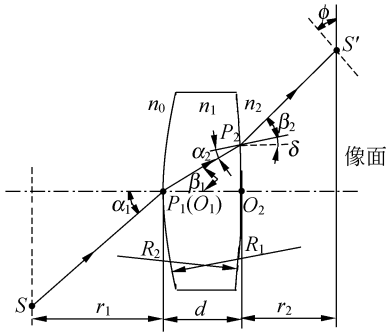


图 4 透镜光路示意图

Fig. 4 Optical scheme of lens

$\beta_1 - \delta$ 。在波像差方法中,光学系统参数是关于主光线定义的, $r_{m1} = r_{s1} = r_1 / \cos \alpha_1$,应用式(20)~(21)可计算透镜两个折射面的像方空间的子午和弧矢焦距。另外,按照符号规定, $\phi = -(\beta_2 + \delta) = -49.63^\circ$,折射角 β 应该加上 180° ,结果参数如表 2 所示。

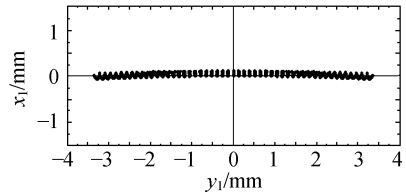
表 2 像差公式中相关的光学系统入射角、折射角及焦距(长度单位:mm)

Fig. 2 Incidence angle, refraction angle and focal distances in aberration formulae (length: mm)

折射面	α	β	r_m	r_s	r'_m	r'_s
1	50°	210.33°	155.57	155.57	281.94	6 435.6
2	29.98°	229.28°	-278.03	-6431.7	67.67	409.85

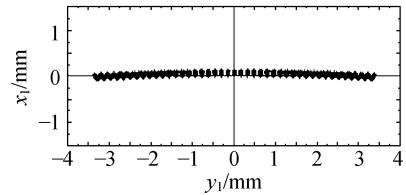
本文分别应用像差解析表达式和光线追迹

Zemax 软件,计算了上述光学系统像平面上的光线分布点列图,结果如图 5(a)和(b)所示。从图 5 可以看出,两者结果符合得很好,验证了提出的理论的正确性。



(a)波像差计算结果

(a)Aberration formulae



(b)Zemax 光线追迹结果

(b)Ray-tracing with Zemax

图 5 像差公式计算结果

Fig. 5 Calculation results from aberration formulae

4 结 论

本文把平面对称光栅系统的像差理论推广于光线斜入射下的平面对称折射光学系统。导出的波像差和像差系数表达式适用于反射、衍射和折射光学系统的像差分析,光学元件的面形可以是各种圆锥曲面。与光线追迹解析法导出的像差系数以及光线追迹的数值成像计算结果进行了比较,两种方法都证明了像差理论的正确性。

参考文献:

[1] 玻恩, 沃尔夫. 光学原理[M]. 杨葭孙,译,北京:电子工业出版社, 2005:192-213.
BORN M, WOLF E. *Principles of Optics* [M]. Yang Jiasun, Transl. Beijing: Electronics Industry Press, 2005:192-213. (in Chinese).
[2] PEATMAN W B. *Gratings, Mirrors and Slits; Beamline Design for Soft X-Ray Synchrotron Radiation Sources* [M]. Gordon and Beach Science

Publishers, 1997:71-75.
[3] BEUTLER H G. The theory of the concave grating [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1945,35:311-250.
[4] NODA H, NAMIOKA T, SEYA M. Geometrical theory of the grating [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1974, 64:1031-1036.
[5] NAMIOKA T, KOIKE M, CONTENT D. Geometric theory of the ellipsoidal grating[J]. *Appl. Opt.*, 1994,33(31):7261-7274.
[6] MASUI S, NAMIOKA T. Geometric aberration

- theory of double-element optical systems [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1999, A16:2253-2268.
- [7] CHRISP M P. Aberrations of holographic toroidal grating systems [J]. *Appl. Opt.*, 1983, 22(10): 1508-1518.
- [8] PALMER C, WHEELER B, MCKINNEY W. Imaging equations of spectroscopic systems using Lie Transformations. Part I-Theoretical foundations [J]. *SPIE*, 1998, 3450:55-66.
- [9] PALMER C, WHEELER B, MCKINNEY W. Imaging equations of spectroscopic systems using Lie Transformations. Part II-Multi-element systems [J]. *Proc. SPIE*, 1998, 3450:67-77.
- [10] GOTO K, KUROSAKIM T. Canonical formulation for the geometrical optics of concave gratings [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1993, A10:452-465.
- [11] LÜ L J. Aberration theory of plane-symmetric grating systems [J]. *J. Synchrotron Rad.*, 2008, 15:399-410.

作者简介:



吕丽军(1963—),男,浙江缙云人,教授,博士生导师,1983年于浙江大学获得学士学位,1986年于中科院长春光学精密机械与物理研究所获得硕士学位,主要从事 XUV 光学及仪器技术的研究。E-mail: lulijun@shu.edu.cn



石亮(1984—),男,湖北仙桃人,硕士研究生,2006年于安徽工业大学获得学士学位,主要研究方向为 XUV 光学。E-mail: shiliang841203@126.com

● 下期预告

使用红外干涉仪测量非球面面形

贺俊^{1,2}, 陈磊¹

- (1. 南京理工大学 电子工程与光电技术学院, 江苏 南京 210014;
2. 中国兵器工业集团 南京北方信息产业集团, 江苏 南京 210022)

利用红外干涉仪长工作波长($\lambda=10.6\ \mu\text{m}$)的优点,可检测非球面度适量的非球面面形。首先使用泰曼型红外干涉仪通过移相算法,测量出非球面与标准拟合球面之间波像差,然后根据非球面的矢高方程计算出非球面与标准拟合球面之间波像差的理论值,将这两个值相比较,计算出非球面的面形偏差。实验结果表明,使用红外干涉仪测量的非球面与标准拟合球面之间波像差为 $8.64\ \mu\text{m(PV)}$,与理论波像差($8.11\ \mu\text{m}$)比较接近,测得非球面面形偏差为 $1.20\ \mu\text{m(PV)}$ 。为了验证这一方法的准确性,使用 CGH 作为补偿镜在可见光干涉仪上测量了同一块非球面,两者测量结果比较吻合。该方法操作简单,有比较强的通用性,可以用于非球面在加工过程中的测试。